



**Extension de quelques solveurs de Riemann approchés
pour la simulation d'écoulements compressibles-incompressibles**
*Extensions of some approximate Riemann Solvers
for the computation of mixed incompressible-compressible flows*

Soutenance de thèse – Victor Courtin

Lund 16 décembre 2024 à 09 H 00

En présentiel : **Salle AY-02-63 – ONERA Meudon**

En Jitsi : https://rdv.onera.fr/16_12_24_soutenance_Victor_Courtin

Devant le jury composé de :

- **Directeur de Thèse :**
 - * Christophe **CHALONS** (Professeur), UVSQ – LMV, Versailles, France
 - * Florent **RENAC** (Ingénieur de recherche), ONERA DAAA/NFLU, Châtillon, France
- **Rapporteurs et examinateurs :**
 - * Pierre-Henri **MAIRE** (Directeur de recherche), CEA/CESTA, Bordeaux, France
 - * Rémi **ABGRALL** (Professeur), Université de Zurich - Institut des Mathématiques, Suisse
- **Examineurs :**
 - * Marica **PELANI** (Professeur assistante), ENSTA – Unité de Mécanique, Palaiseau, France
 - * Vincent **PERRIER** (Directeur de recherche), INRIA – UPPA, Pau, France
- **Encadrants :**
 - * Jean-Christophe **BONIFACE** (Ingénieur de Recherche), ONERA DAAA/CLEF, Meudon, France
 - * Cédric **CONTENT** (Ingénieur de recherche), ONERA DAAA/CLEF, Châtillon, France

Résumé / Abstract

Dans cette thèse, on s'intéresse à la simulation d'écoulements compressibles à l'aide de méthodes numériques implicites de type solveurs de Riemann, telles que la méthode de Roe ou le schéma HLLC. L'objectif est de développer des extensions de ces schémas compressible afin de préserver la précision des solutions discrètes dans la limite des bas nombres de Mach

On se focalise sur les équations d'Euler, composante hyperbolique des équations de Navier-Stokes, qui constitue le cœur du problème d'analyse numérique abordé dans cette thèse. On y expose une analyse approfondie et détaillée retraçant un sujet de recherche vieux de plusieurs décennies, qui présente encore d'importants défis, même pour ce modèle académique. La littérature recense un grand nombre d'extensions possibles pour le schéma de Roe, qui sont généralement faciles à implémenter. Ces extensions consistent à modifier certains termes de la dissipation numérique, en amplifiant ou diminuant leur contribution dans la limite faible nombre de Mach (on parle de « rescaling » de la dissipation numérique). Elles permettent par ailleurs d'obtenir une solution discrète compressible approchant la solution analytique issue de la théorie du potentiel pour le problème incompressible, sans pour autant introduire une détérioration des résultats dans le régime compressible. Cependant, il existe plusieurs études suggérant de faire preuve de vigilance quant au choix de la formulation de ce type de correction. Il est connu de la littérature que des pertes de stabilité numérique sont généralement observées, ainsi que des risques d'apparition de problèmes de découplage vitesse-pression, détériorant fortement la précision globale de la solution discrète dans les faibles vitesses.

Ce travail entrepris au cours de cette thèse se fonde sur deux corrections très différentes du schéma de Roe, issues de la littérature scientifique, et qui présentent des propriétés discrètes distinctes. La première approche, proposée par C.-C. Rossow, amplifie les sauts de pression en introduisant une vitesse artificielle du son, tandis

que la seconde, développée par F. Rieper, vise à uniquement atténuer les sauts de vitesse. Nous commençons tout d'abord par l'analyse asymptotique discrète de l'approche proposée par C.-C. Rossow non publiée dans la littérature, en abordant également la formulation de la condition de stabilité au sens de von Neumann. On montre que cette correction évite l'écueil du découplage vitesse-pression. Ensuite, nous présentons une méthode numérique, visant à construire des phases implicites exactes nécessaires à l'intégration temporelle, en utilisant la différentiation algorithmique et un solveur direct. Ces techniques nous permettent de contourner la contrainte très stricte de stabilité sur le pas de temps, et d'obtenir des solutions discrètes en quelques centaines d'itérations, et ce même pour des écoulements à très faible nombre de Mach. La généralisation de ces travaux au schéma HLLC se fait ensuite en poursuivant l'analyse de la structure d'onde faite par M. Pelanti.

Ces travaux révèlent une profonde similarité entre les dissipations numériques de ces méthodes. Nous dérivons un formalisme commun entre ces deux schémas, afin de simplifier les analyses, et la transposition d'une correction d'un solveur de Riemann approché à l'autre, au sens d'une relation très claire entre les deux méthodes. Cette analyse nous permet en particulier de dériver le schéma HLLC-Rossow, mais également d'explicitier l'expression de la matrice de viscosité du schéma HLLC, qui exhibe une ressemblance intéressante avec celle du schéma Roe.

In this thesis, we focus on the simulation of compressible flows using implicit Godunov-type methods, such as the Roe method or the HLLC scheme. The objective is to develop low Mach number extensions that preserve the of discrete solutions in the low Mach number limit.

We focus on the Euler equations, the hyperbolic component of the Navier-Stokes equations, which form the core of the numerical analysis problem addressed in this thesis. We present an in-depth and detailed analysis of research topic that has been the subject of investigations for decades, and which continues to present significant challenges, even for this academic model. A review of the literature reveals a large number of possible extensions to the Roe scheme, which are generally easy to implement. These involve modifying specific terms of the numerical dissipation, either by amplifying or by diminishing their contribution in the low Mach number limit (also known as a rescaling of the numerical dissipation). They also enable us to obtain a discrete compressible solution that approaches the analytical solution derived from potential theory for the incompressible problem, without introducing any deterioration in the results in the compressible regime. The capture of shock waves for transonic and supersonic flows remains almost unaltered. However, there are a number of studies suggesting that care should be taken in the choice of formulation for this type of correction. It is well documented in the literature that losses in numerical stability are generally observed, as well as the risk of velocity-pressure decoupling problems appearing, which can significantly deteriorate the overall accuracy of the discrete solution for low-speed flows.

This work is based on two very different corrections of the Roe scheme, taken from the scientific literature, and highlighting distinct discrete properties. The first approach, proposed by C.-C. Rossow, amplifies pressure jumps by introducing an artificial speed of sound, whereas the second approach, developed by F. Rieper, aims to attenuate velocity jumps exclusively. These two approaches illustrate two major strategies frequently used in low-Mach extensions. We begin with a discrete asymptotic analysis of the approach proposed by C.-C. Rossow, which has not been published in the literature, including the formulation of the von Neumann stability condition. It is demonstrated that this correction avoids the issue of pressure-velocity decoupling. Next, we present a numerical method for constructing the exact implicit phases required for time integration, using algorithmic differentiation and a direct solver. These techniques enable us to bypass the very strict stability constraint on the time step, thereby facilitating the acquisition of discrete solutions within a few hundred iterations, even for very low Mach number flows. The generalization of this work to the HLLC scheme is then made by continuing the wave structure analysis carried out by M. Pelanti. This work demonstrates a significant similarity between the numerical dissipations of these methods. In particular, a common formalism between these two schemes is derived, with the aim of simplifying the analyses, and transposing of a correction from one approximate Riemann solver to the other, in the sense of a very clear relationship between the two methods. This analysis enables us to derive the HLLC-Rossow scheme, but also to clarify the expression of the viscosity matrix of the HLLC scheme, which exhibits an interesting resemblance to that of the Roe scheme.

Mots clés / Key words

Mécanique des fluides numériques, Écoulement compressible, Régime bas-Mach, Écoulement incompressible, Méthode des volumes finis, Stabilité au sens de von Neumann.

Numerical fluid mechanics, Compressible flow, Low Mach number flows, Incompressible flow, Finite volume method, von Neumann stability condition.